

Pietro Terna

LA LENTE COMPLESSA DELL'ECONOMIA, O DELLE FORMICHE E DEL LORO FORMICAIO

Abstract

Thinking of agent-based models in terms of artifacts, useful to explore economic complexity, means introducing three concepts: on a technical side, an agent-based methodology; in a social sciences perspective, the idea of building artifacts also within the social domain; in a more general view, the idea of complexity. Bearing in mind the theoretical roots of cybernetics and, more recently, of complexity science, we need also technical roots, with the capability of building models that are acceptable to a wide audience, of comparing classic and new models, and of proposing hybrid structures as well. Finally, we need to pay attention to the agents' abilities, mainly in mimicking the human capability for learning and adapting.

1. Le basi

Troviamo un manifesto della complessità nel lavoro di Anderson (1972) intitolato *More is different*, in cui leggiamo:

«The reductionist hypothesis may still be a topic for controversy among philosophers, but among the great majority of active scientists I think it is accepted without questions.

[...] The main fallacy in this kind of thinking is that the reductionist hypothesis does not by any means imply a “constructionist” one: The ability to reduce everything to simple fundamental laws does not imply the ability to start from those laws and reconstruct the universe.

[...] The constructionist hypothesis breaks down when confronted with the twin difficulties of scale and complexity. The behavior of large and complex aggregates of elementary particles, it turns out, is not to be understood in terms of a simple extrapolation of the properties of a few particles. Instead, at each level of complexity entirely new properties appear, and the understanding of the new behaviors requires research which I think is as fundamental in its nature as any other» (p. 393).

Questa è la chiave di partenza: l'economia mondiale è costituita da strati interconnessi, popolati da agenti sempre più complicati (persone, famiglie, aziende, banche, banche centrali, istituzioni internazionali, multinazionali...). Le persone creano le economie, ma ognuno di noi è così lontano dal capire e controllare il sistema economico, quanto un'umile formica con il suo formicaio. L'economia, come scienza, ha semplicemente ignorato questo “dettaglio” per circa duecento anni. La complessità, nelle parole di Anderson, è la grande “trappola” che genera la presente paranoica situazione in cui la crisi (2007-2012, almeno) non avrebbe riscontro nei modelli scientifici più perfezionati, ma... esiste nel mondo reale.

Come operare con la lente della complessità? Ci servono modelli, per noi e... per le formiche.

Dal bellissimo elenco di lavori fondamentali sulla complessità che troviamo a <http://www.santafe.edu/library/foundational-papers-complexity-science>, ci dotiamo di un secondo riferimento di base, riferito alla prospettiva della costruzione dei modelli. In Rosenblueth e Wiener (1945), i fondatori della cibernetica, si legge:

«A material model is the representation of a complex system by a system which is assumed simpler and which is also assumed to have some properties similar to those selected for study in the original complex system.

[...] Material models are useful in the following cases. a) They may assist the scientist in replacing a phenomenon in an unfamiliar field by one in a field in which he is more at home.

[...] b) A material model may enable the carrying out of experiments under more favorable conditions than would be available in the original system» (p. 317).

Essendo la cibernetica alla radice del nostro attuale lavoro su complessità e simulazione basata su agenti, è importante sottolineare l'analogia tra il "modello materiale" detto sopra e l'artefatto artificiale che si può costruire in un sistema computazionale, con lo scopo di poter esaminare i problemi che studiamo in modo ravvicinato, in parallelo allo studio nella prospettiva teorica.

Perché tutto ciò è sempre più importante nelle scienze sociali e nell'economia?

2. Una prospettiva storica

Una risposta solida può essere trovata in una prospettiva storica (la storia può anche essere contemporanea). Ho avuto il privilegio di essere stato co-curatore del prof. David Lane nella preparazione di un numero speciale della rivista "History of Economic Ideas" (Lane e Terna, 2010), dedicato a *Complexity and the Organization of Economic Life*.

Ho ricavato dai lavori di quel numero alcuni riferimenti al percorso storico delle idee della complessità. Devo questa meravigliosa citazione da Keynes al lavoro di Marchionatti (2010):

«Professor Planck, of Berlin, the famous originator of the Quantum Theory, once remarked to me that in early life he had thought of studying economics, but had found it too difficult! Professor Planck could easily master the whole corpus of mathematical economics in a few days. He did not mean that! But the amalgam of logic and intuition and the wide knowledge of facts, most of which are not precise, which is required for economic interpretation in its highest form is, quite truly, overwhelmingly difficult for those whose gift mainly consists in the power to imagine and pursue to their furthest points the implications and prior conditions of comparatively simple facts which are known with a high degree of precision» (Keynes 1972, p. 158n.).

Anche in questo caso, il confronto tra il modello materiale (l'artefatto del sistema) che abbiamo bisogno di costruire tenendo in conto la casualità, l'eterogeneità, l'apprendimento continuo nel processo di prove ed errori ed il "semplice" modello teorico.

Che tipo di modello teorico? Non troppo semplicistico: seguendo Louçã (2010), già nel lavoro di importanti economisti dell'ultima parte del XIX secolo chiaramente abbiamo:

«[...] some cases of revolt against such (note: too mechanical) paradigm that turned out to be early intuitions of complexity and emergence in economics. Without the mathematical and conceptual tools of complex systems and even as ignorant as they were of non-linear systems, these economists voiced their doubts, hesitations or critiques against the mainstream and, in most cases, did so looking at the frontier between economics and other sciences, physics or biology, the most fashionable inventors of modern science. These frontiers became the place to vindicate a new strategy for economics».

Infine, citando Arthur (2010), la costruzione del nostro modello materiale deve tener conto del lato cognitivo degli agenti. Dalla stagione di iniziale innovazione del Santa Fe Institute...

«[...] a second theme that emerged was that of making models based on more realistic cognitive behavior. Neoclassical economic theory treats economic agents as perfectly rational optimizers. This means among other things that agents perfectly understand the choices they have, and perfectly assess the benefits they will receive from these. If there is uncertainty, they evaluate it probabilistically, revise their evaluations in the light of new information, and choose the course of action that maximizes their expected utility. Where there are multiple parties involved, each agent is usually assumed to have common knowledge about the others' possible choices and assessments of these. Our approach, by contrast, saw agents not as having perfect information about the problems they faced, or as generally knowing enough about other agents' options and payoffs to form probability distributions over these. This meant that agents need to cognitively structure their problems—as having to “make sense” of their problems, as much as solve them».

In termini contemporanei, seguendo Holt e al. (2010), siamo sempre più vicini ai modelli materiali se si tengono in considerazione anche i dettagli della complessità:

«Since the term complexity has been overused and over hyped, we want to point out that our vision is not of a grand complexity theory that pulls everything together. It is a vision that sees the economy as so complicated that simple analytical models of the aggregate economy—models that can be specified in a set of analytically solvable equations—are not likely to be helpful in understanding many of the issues that economists want to address. Thus, the Walrasian neo-classical vision of a set of solvable equations capturing the full interrelationships of the economy that can be used for planning and analysis is not going to work. Instead, we have to go into the trenches, and base our analysis on experimental and empirical data. From there *we build up*, using whatever analytic tools we have available. This is different from the old vision where economists mostly did the opposite of starting at the top and then built down» (p. 5).

Tecnicamente, con Holt e al. (2010), possiamo ricordare Simon (1962):

«Roughly by a complex system I mean one made up of a large number of parts that interact in a non simple way. In such systems, the whole is more than the sum of the parts, not in an ultimate metaphysical sense, but in the important pragmatic sense that, given the properties of the parts and the laws of their interaction, it is not a trivial matter to infer the properties of the whole. In the face of complexity, an in-principle reductionist may be at the same time a pragmatic holist» (p. 267).

3. *Passiamo ai modelli*

Ora possiamo passare ai modelli: i modelli materiale dei fondatori della cibernetica, o gli artefatti computazionali secondo la simulazione basata sugli agenti.

Seguendo Ostrom (1988) e, almeno in parte, Gilbert e Terna (2000), nelle scienze sociali abbiamo tradizionalmente costruito i modelli come rappresentazioni semplificate della realtà, in due modi: (i) argomentazione verbali e (ii) equazioni matematiche, tipicamente con l'uso della statistica e dell'econometria. Il primo modo (i) è assolutamente flessibile e adattabile, come nel caso di un libro di storia che riporta l'analisi di eventi passati, ma sia la pura descrizione, sia la discussione, per loro natura escludono test e verificazioni di ipotesi. Al contrario, il secondo modo (ii) permette calcoli e verificazioni, ma soffre di gravi limitazioni in termini di flessibilità e di adattabilità, soprattutto rispetto a come gli agenti possano operare nel modello e quando si tiene in conto la loro eterogeneità e le possibili interazioni.

Esiste un terzo modo di costruire modelli, (iii) la simulazione al computer, soprattutto se basati su agenti. La simulazione al computer può combinare l'estrema flessibilità di un codice di calcolo – in cui siamo in grado di creare agenti che agiscono, scelgono e reagiscono alle scelte di altri agenti ed ai cambiamenti del loro ambiente – e la sua intrinseca computabilità. Questa impostazione ci permette di utilizzare la potenza descrittiva delle argomentazioni verbali insieme alla capacità di calcolare gli effetti delle diverse situazioni ed ipotesi. Da questo punto di vista, il programma per computer è una forma di matematica. Inoltre, siamo in grado di generare serie temporali prodotte dai nostri modelli, per analizzarle utilizzando statistica ed econometria.

Tuttavia, la realtà è intrinsecamente “basata su agenti” (noi stessi o... le formiche), non basata su equazioni (per una discussione breve, ma illuminante di questa considerazione, vedere Weinberg (2002) nella sua recensione del libro di Wolfram *A New Kind of Science*). A prima vista, questa è una critica forte. Perché riprodurre strutture sociali in una modalità basata su agenti, seguendo (iii), quando la scienza applica (ii) per descrivere, spiegare, prevedere la realtà, che è, di per sé, troppo complicata per poter essere compresa?

Considerando l'analisi dei modelli di simulazione basati su agenti come fonte di conoscenza, esiste un altro “terzo modo” di considerare questo tipo di strumenti. In Axelrod e Tesfatsion (2005):

«Simulation in general, and ABM in particular, is a third way of doing science in addition to deduction and induction. Scientists use deduction to derive theorems from assumptions, and induction to find patterns in empirical data. Simulation, like deduction, starts with a set of explicit assumptions. But unlike deduction, simulation does not prove theorems with generality. Instead, simulation generates data suitable for analysis by induction. Nevertheless, unlike typical induction, the simulated data come from a rigorously specified set of assumptions regarding an actual or proposed system of interest rather than direct measurements of the real world. Consequently, simulation differs from standard deduction and induction in both its implementation and its goals. Simulation permits increased understanding of systems through controlled computational experiments».

Le considerazioni introdotte agiscono in modo simile all'abduzione, o inferenza alla miglior spiegazione, in cui si scelgono le ipotesi che, se vere, danno la migliore spiegazione degli elementi della realtà presente. Si noti che nella prospettiva dei modelli basati su agenti, le ipotesi sono anche legati alle regole che determinano il comportamento degli agenti.

La seconda risposta è che, basandoci ancora una volta su Anderson (1972), sappiamo che la complessità nasce quando gli agenti o le parti di un tutto agiscono e interagiscono e la numerosità degli agenti coinvolti è elevata. Inoltre, seguendo Villani (2006), «Complex systems are systems whose complete characterization involves more than one level of description» (p. 51). Per gestire la complessità, si devono quindi costruire modelli di agenti. Come esempio stilizzato, si considerino formiche e un formicaio: due livelli che devono essere studiati simultaneamente per comprendere la (emergente) dinamica del formicaio in base ai (semplici) comportamenti delle formiche.

Possiamo anche immaginare di costruire modelli basati su più livelli di agenti, con gli agenti di ogni strato che compongono – in senso collettivo – gli agenti più complicati della strato superiore. In questo caso ogni strato può essere considerato uno sciame, che è anche il nome del primo utensile standardizzato utilizzato per costruire questo tipo di modelli, cioè, Swarm, dal Santa Fe Institute (Minar et al., 1996).

Questa interpretazione, del paradigma basato su agenti, corrisponde al «second use – partially soluble models: artificial agents as complementary to mathematical theorizing →» e al «third use – models ostensibly intractable or provably insoluble: agent computing as a substitute for analysis →» considerati in Axtell (2000). Il primo tipo di utilizzazione in Axtell si presenta «when models can be formulated and completely solved: agent models as classical simulation».

Il primo uso ora citato si riferisce principalmente alla simulazione Monte Carlo e alla soluzione numerica di modelli ad equazioni. Il secondo uso si riferisce ai casi di equilibri esistenti, che possono essere: incomputabili; non raggiungibili con agenti a razionalità limitata; noti solo per semplici configurazioni di rete; meno interessanti delle fasi di transizione, delle fluttuazioni e degli eventi estremi. Il terzo uso è legato ai modelli intrattabili (mia aggiunta alle considerazioni di Axtell), quando riteniamo che gli agenti dovrebbero essere in grado di sviluppare regole di comportamento auto-generate.

Dopo questa positiva introduzione, dobbiamo comunque notare che i modelli di simulazione basati su agenti soffrono di gravi carenze, principalmente derivanti da:

(a) La difficoltà di comprenderli pienamente senza studiare il programma utilizzato per eseguire la simulazione;

(b) La necessità di controllare attentamente il codice del programma per impedire la produzione di risultati non accurati, per errori di codifica. Come Epstein e Axtell (1994) hanno sottolineato, è necessario sviluppare nuovi modi per controllare ed evitare gli errori del software. Inoltre, grazie alla struttura orientata agli oggetti che è intrinseca nei programmi basati su agenti, è anche possibile creare una classe di agenti interni incaricati di osservare il comportamento degli agenti effettivi della simulazione e segnalarne eventuali anomalie. Anomalie che può essere interessante analizzare e non necessariamente derivano sempre da errori, ma è necessario esaminare attentamente quella eventualità. Se una procedura contabile produce risultati strani, gli utenti cercano

l'errore; se un programma di simulazione produce risultati anomali, l'utente può aver scoperto un nuovo risultato interessante, che può emergere anche... da un errore di codifica;

(c) La difficoltà di esplorare sistematicamente l'intero set di possibili ipotesi, per dedurre la migliore spiegazione, secondo la prospettiva prima introdotta del ragionamento abduttivo. Ciò è dovuto principalmente all'inclusione delle norme di comportamento degli agenti all'interno delle ipotesi, con uno spazio di possibilità che è difficile, se non impossibile, esplorare completamente.

La difficoltà di comunicare i risultati, implicita in (a), può essere superata con la diffusione di strumenti standardizzati per lo sviluppo dei modelli di simulazione ad agenti e con l'introduzione di un protocollo da applicare a quegli strumenti. Il primo esempio, introdotto nella metà degli anni '90 (Minar et al., 1996), è Swarm (www.swarm.org), un progetto iniziato all'interno del Santa Fe Institute, ma che poi è cresciuto in maniera indipendente. Swarm non era un programma nel senso tradizionale del termine, ma una libreria di funzioni per costruire modelli basati su agenti. Più specificamente, si trattava di una libreria di particolari funzioni utili nel trattamento di collezioni di agenti, popolando spazi o organizzando gli eventi nel tempo. Swarm è stato una pietra miliare nella simulazione, grazie al protocollo suggerito per l'utilizzo di queste funzioni, combinandole grazie al proprio codice scritto in Objective C (un linguaggio che unisce C e Smalltalk); successivamente, anche Java è stato aggiunto come codice connettivo. Lo scopo originario del team di sviluppo Swarm era quello di creare una lingua franca per lo sviluppo di modelli basati su agenti; quell'obiettivo è stato solo parzialmente raggiunto, se si considera soltanto la libreria di funzioni. Con linguaggi moderni come Python, una gran parte della biblioteca Swarm non è più necessaria, grazie agli strumenti offerti in modo nativo dal linguaggio stesso. Al contrario, se si considera il protocollo definito all'interno del progetto, Swarm ha avuto molto successo, essendo quel protocollo intrinsecamente alla base di numerosi strumenti recenti. Per interessanti considerazioni sull'uso di Python nella programmazione ad agent, fare riferimento a Isaac (2008, 2011) e, per una applicazione del protocollo di Swarm a Python, vedere SLAPP¹.

Molti altri strumenti sono stati costruiti muovendo dall'eredità di Swarm, come RePast, Ascape, JAS, e ora SLAPP. Strumenti importanti, come NetLogo e StarLogo, utilizzano protocolli parzialmente diversi, ma sempre con collegamenti a quello di Swarm. StarLogo TNG è una versione innovativa recente di StarLogo. Lo si programma spostando sullo schermo piccole schede di forma differente, come in un puzzle. Una seconda novità importante di StarLogo TNG è la capacità di generare animazioni molto simili a videogiochi, facilmente comprensibili.

Possiamo affrontare il secondo punto debole introdotto in (b), vale a dire il rischio di utilizzare codice con "bug" che corrompono i risultati, sia utilizzando gli strumenti standard qui riportati (ma non è sufficiente), sia duplicando il codice, utilizzando strumenti indipendenti programmati da studiosi diversi. Il risultato non sarà mai lo stesso, principalmente per l'uso di numeri casuali nella determinazione delle sequenze. Tuttavia, se i fenomeni emergenti sono sostanzialmente simili in entrambe le costruzioni,

¹ Swarm Like Agent Protocol in Python a <http://eco83.econ.unito.it/terna/slapp/>.

si può essere ragionevolmente sicuri che i risultati non siano la conseguenza di errori di codifica. Questo lavoro, significativamente pesante, è consigliato per applicazioni importanti e veramente critiche.

La terza debolezza, quella descritta in (c), cioè la difficoltà di esplorare l'intero insieme delle ipotesi possibili (comprese le regole di comportamento degli agenti, dove la piena razionalità e l'ipotesi di informazione perfetta rappresentano solo una delle scelte possibili e non la più plausibile) è determinata dalla dimensione dello spazio delle possibilità. Questo spazio, se analizzato in maniera dettagliata, è necessario per la computazione quando vogliamo operare senza *black boxes*, ma genera un insieme ingestibile di percorsi possibili. Come risposta, possiamo proporre l'uso di reti neurali per memorizzare le scelte di comportamento in modo automatico, utilizzando l'apprendimento con rinforzo (il *reinforcement learning* della ricerca operativa) per estrarre le regole dall'esperienza, attraverso una procedura di prove ed errori. In questo modo siamo in grado di passare dalla ricerca estesa delle ipotesi sul comportamento ad una procedura per generare artificialmente, ma in modo plausibile, le regole. Troviamo qualcosa di simile a questa idea in una applicazione relativa a NetLogo, che utilizza algoritmi genetici per esplorare lo spazio dei parametri: <http://behaviorsearch.org>.

La generazione di regole di comportamento per raggiungere la capacità di emulare la cognizione è in ogni caso un passo che è allo stesso tempo molto difficile e che rappresenta una sfida. Consideriamo Sun (2006):

«What makes computational social simulation, especially computational cognitive social simulation (based on detailed models of cognitive agents), different from the long line of social theories and models (such as utility theory and game theory) includes the fact that it enables us to engage with observations and data more directly and test various factors more thoroughly. In analogy with the physical sciences (...), good social theories may be produced on the basis of matching theories with good observations and data. Cognitive agent based computational social simulation enables us to gather, organize, and interpret such observations and data with cognition in mind. Thus, it appears to be a solid means of developing social–cognitive theories» (p. 17).

Come commento, citiamo Lave and March (1975): «The best way to learn about model building is to do it» (p. 10).

4. *Passiamo al calcolo*

Infine, l'importanza di calcolare: i nostri modelli di sistemi complessi vivono soprattutto nella loro fase computazionale e richiedono calcolo strutture sempre più potenti.

Il modello di Schelling con mutazioni casuali

Il prof. Schelling verificò il suo ben noto modello di segregazione muovendo monetine da 10 cent e da 1 cent su un tavolo. L'emergere della segregazione, a causa del desiderio

di tutti i tipi di agenti di avere intorno a sé una determinata percentuale di esseri simili, può essere simulata in qualsiasi modo, anche con carta e penna², come in Fig.1.

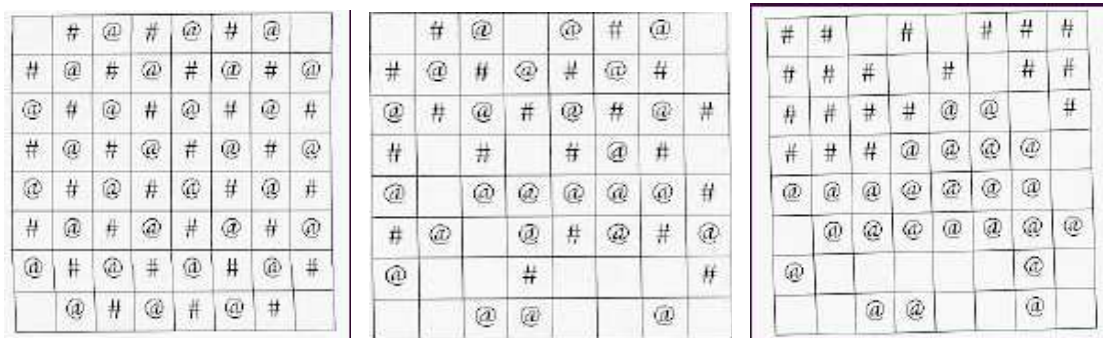


Fig.1 – Non serve un computer in questo caso...

Tuttavia, se si desidera controllare la sopravvivenza delle isole di segregazione in presenza di mutazioni casuali negli agenti (da un'idea del prof. Nigel Gilbert), come in Fig. 2, è necessario utilizzare un computer e uno strumento di simulazione (NetLogo in questo caso, vedi sopra).

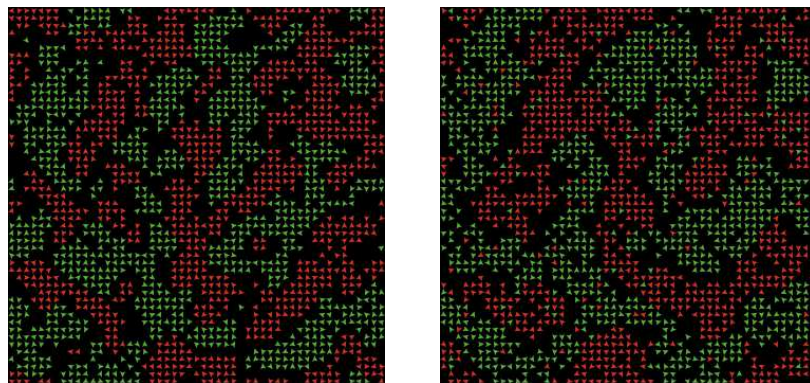


Fig. 2: Sopravvivenza delle isole di segregazione con mutazioni casuali nella popolazione del modello di Schelling.

Modello heatBugs di Swarm e preferenze differenziate negli agenti

Nel caso del modello di test di Swarm (vedi sopra), il modello cosiddetto heatBugs, è possibile avere gli agenti con una preferenza per temperature alte; generano calore con il movimento; quando sono a loro agio, riducono il movimento; in alternativa, una parte di essi può avere una preferenza per temperature basse. Sono necessari moltissimi calcoli per ottenere i due risultati emergenti di Fig. 3.

² Le figure provengono da una presentazione di Eileen Kraemer: <http://www.cs.uga.edu/~eileen/fres1010/Notes/fres1010L4v2.ppt>.

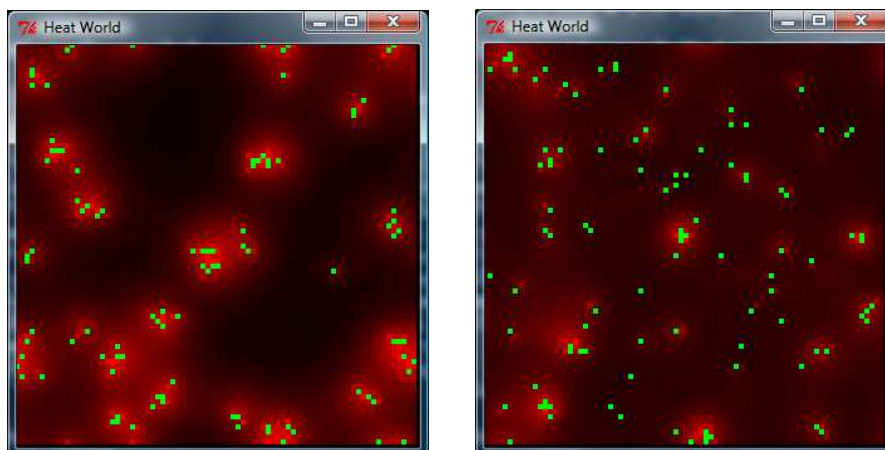


Fig. 3: Emergenza di isole formate da agenti che amano il caldo... oppure lo stesso risultato ma con agenti scontenti che si muovono cercando una zona fredda.

Camaleonti che apprendono

In Terna (2009a, 2009b), si possono trovare, infine, agenti che richiedono moltissima capacità computazionale per imparare a comportarsi. Sono camaleonti che cambiano colore quando entrano in contatto con un loro simile di un altro colore, ma possono apprendere le strategie, attraverso procedure di prove ed errori, per evitare tale evento, come in fig. 4.

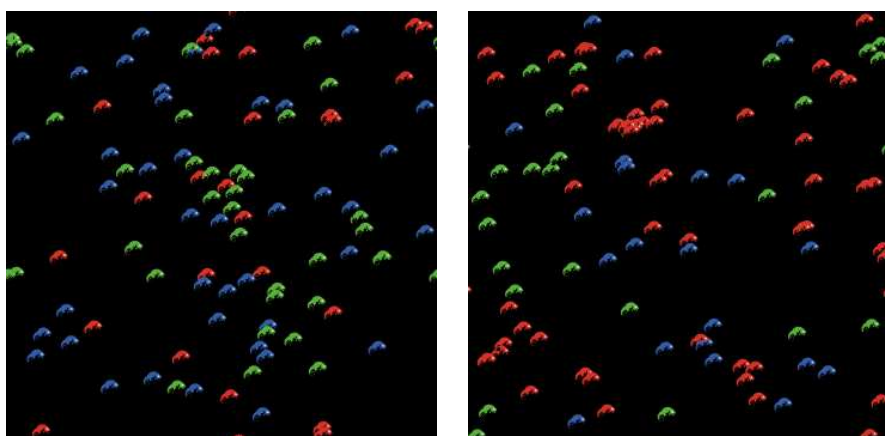


Fig. 4: I camaleonti: a sinistra quelli che agiscono a caso e, a destra, quando apprendono a sopravvivere (caso dei rossi).

Possiamo “giocare” on line con questo modello a <http://goo.gl/MpS9F>.

5. Un tentativo di conclusione

La complessità, come strumento per comprendere la realtà in economia, proviene da un importante percorso teorico di sviluppo epistemologico; per essere ampiamente accettata, richiede però un significativo passo avanti negli strumenti che utilizziamo per

calcolare questa classe di modelli, con protocolli rigorosi, interfacce semplici, strumenti di apprendimento, potenza di calcolo... ma anche una profonda umile accettazione dell'idea che ognuno di noi è tanto lontano dal capire e controllare il sistema economico quanto lo è una formica con il formicaio.

Riferimenti bibliografici

- P.W. ANDERSON (1972), *More is different*, in "Science", 177 (4047/1972), pp. 393–396.
- R. AXELROD (1997), *Advancing the art of simulation in the social sciences*, in R. CONTE, R. HEGSELMANN e P. TERNA (a cura di), *Simulating social phenomena*, pp. 21-40, Springer-Verlag, Berlin 1997.
- R. AXELROD e L. TEFATSION (2005), *A guide for newcomers to agent-based modeling in the social sciences*, in K.L. JUDD e L. TEFATSION (a cura di), *Handbook of Computational Economics, Vol. 2: Agent-Based Computational Economics*, pp. 1647-1658, North-Holland, Amsterdam 2005.
- W.B. ARTHUR (2010), *Complexity, the Santa Fe approach, and non-equilibrium economics*, in "History of Economic Ideas", 18 (2/2010), pp. 149-166.
- R. AXTELL (2000), *Why Agents? On the Varied Motivations for Agent Computing in the Social Sciences*, in *Proceedings of the Workshop on Agent Simulation: Applications, Models and Tools*, Argonne National Laboratory, Chicago 2000 (<http://www.brookings.edu/~media/research/files/reports/2000/11/technology%20axtell/agents>).
- J.M. EPSTEIN e R. AXTELL (1994), *Agent-Based Modeling: Understanding Our Creations*, in "The Bulletin of The Santa Fe Institute", Winter 1994, pp. 28-32.
- N. GILBERT e P. TERNA (2000), *How to build and use agent-based models in social science*, in "Mind & Society", 1 (1/2000), pp. 57-72.
- R.P.F. HOLT, J. BARKLEY ROSSER JR. e D. COLANDER (2010), *The Complexity Era in Economics*, Middlebury College Economics Discussion Paper n. 10-01 (<http://sandcat.middlebury.edu/econ/repec/mdl/ancoec/1001.pdf>).
- A.G. ISAAC (2008), *Simulating Evolutionary Games: A Python-Based Introduction*, in "Journal of Artificial Societies and Social Simulation", 11 (3/2008) (<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/3/8.html>).
- A.G. ISAAC (2011), *The ABM Template Models: A Reformulation with Reference Implementations*, in "Journal of Artificial Societies and Social Simulation", 14 (2/2011) (<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/14/2/5.html>).
- J.M. KEYNES (1972), *Collected Writings*, vol. X, MacMillan-St. Martin's press for the Royal economic society, London-New York 1972.
- D.A. LANE e P. TERNA (a cura di) (2010), *Complexity and the Organization of Economic Life*, special issue of «History of Economic Ideas», 18 (2/2010).
- C.A. LAVE e J.G. MARCH (1975), *An introduction to models in the social sciences*, Harper & Row, New York 1975.

- F. LOUÇÃ (2010), *Bounded Heresies. Early intuitions of complexity in economics*, in “History of Economic Ideas”, 18, (2/2010), pp. 77-114.
- R. MARCHIONATTI (2010), *J.M. Keynes, thinker of economic complexity*, in “History of Economic Ideas”, 18 (2/2010), pp. 115-146.
- N. MINAR, R. BURKHART, C. LANGTON e M. ASKENAZI (1996), *The Swarm simulation system: A toolkit for building multi-agent simulations*, Working Paper 96-06-042, Santa Fe Institute (<http://www.swarm.org/images/b/bb/MinarEtAl96.pdf>).
- T. OSTROM (1988), *Computer Simulation: the Third Symbol System*, in “Journal of Experimental Social Psychology”, 24 (1998), pp. 381-392.
- A. ROSENBLUETH e N. WIENER (1945), *The Role of Models in Science*, in “Philosophy of Science”, 12 (4/1945), pp. 316-321.
- H.A. SIMON (1962), *The Architecture of Complexity*, in “Proceedings of the American Philosophical Society”, 106 (1962), pp. 467-482.
- R. SUN (2006), *Prolegomena to Integrating Cognitive Modeling and Social Simulation*, in R. SUN (a cura di), *Cognition and Multi-Agent Interaction – From Cognitive Modeling to Social Simulation*, Cambridge University Press, Cambridge 2006, pp. 3-36.
- P. TERNA (2009a), *The Epidemic of Innovation – Playing Around with an Agent-Based Model*, in “Economics of Innovation and New Technology”, 18 (2009), pp.707-728.
- P. TERNA (2009b), *Imaginary or actual artificial worlds using a new tool in the ABM perspective*, Eastern Economic Association Annual Meetings, Organized Sessions of the NYC Computational Economics & Complexity Workshop. Friday, February 27 (<http://andromeda.rutgers.edu/~jmbarr/EEA2009/SessionsEEA2009.htm>).
- M. VILLANI (2006), *Networks and Complex Systems*, in M. VILLANI (a cura di), *Educating managers in complexity*, Roma, Aracne 2006, pp. 41-119.
- S. WEINBERG (2000), *Is the Universe a Computer?*, in “The New York Review of Books”, 49 (16/2000) (<http://www.nybooks.com/articles/15762>).